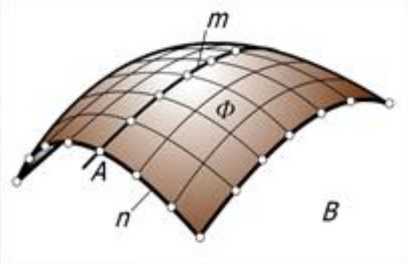
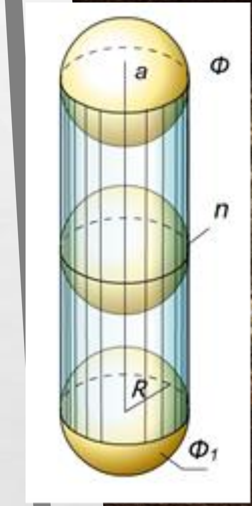
# SIRTLARNING HOSIL BO‘LISHI VA ULARNING TEKIS CHIZMADA BERILISHI

# Umumiy ma’lumotlar

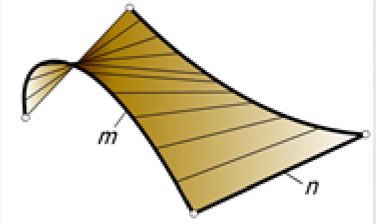
Biror chiziqning fazodagi uzluksiz harakati natijasida sirtlar hosil bo‘ladi. Sirtlarning hosil qilishning turli usullari ma’lum.

Fazoda $m$ egri chiziq va uni $A$ nuqtada kesib o‘tuvchi $n$ egri chiziq berilgan. Agar $n$ egri chiziqni $m$ egri chiziq buylab uzluksiz harakatlantirilsa, uning qator vaziyatlarining to‘plamidan iborat biror $\Phi$ sirtni hosil bo‘ladi. Bunda $\Phi$ sirtdagi $m$ egri chiziq sirtning yo‘naltiruvchisi, $n$ egri chiziq uning yasovchisi deb ataladi. Aksincha, $n$ egri chiziqni yo‘naltiruvchi, $m$ egri chiziqni yasovchi sifatida qabul qilish ham mumkin. Bunda $m$ egri chiziq $n$ egri chiziq bo‘yicha harakatlangan bo‘ladi.



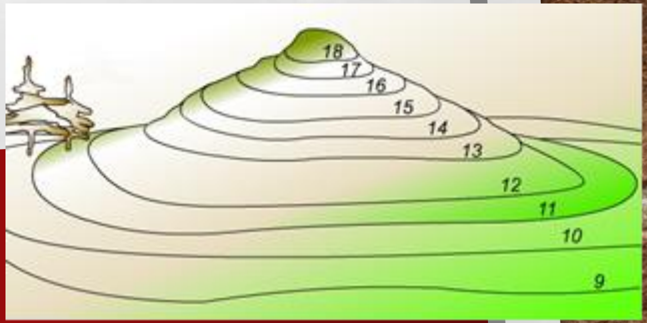

Yasovchilarning turiga qarab egri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt ***egri chiziqli sirt***, to‘g‘ri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt ***chiziqli sirt*** deb ataladi.




Ixtiyoriy sirtni uzluksiz harakatlantirish natijasida ham sirt hosil qilish mumkin. Bunda hosil bo‘lgan $\Phi$ sirt harakatlanuvchi $\Phi_1$ yasovchi sirtning har bir vaziyatida u bilan eng kamida bitta umumiy $n$ chiziqqa ega bo‘ladi. Masalan, o‘zgarmas R radiusli sfera markazini ***a*** to‘g‘ri chiziq bo‘ylab uzluksiz harakatlantirilsa, $\Phi$ doiraviy silindr sirti hosil bo‘ladi.

Sirt yasovchisi harakat davomida o‘z shaklini uzluksiz o‘zgartirib borishi yoki o‘zgartirmasligi mumkin.

Sirtlar hosil bo‘lish jarayoniga qarab qonuniy va qonunsiz sirtlarga bo‘linadi. Sirtning hosil bo‘lishi biror matematik qonunga asoslangan bo‘lsa, bunday sirt *qonuniy sirt* deyiladi. Doiraviy silindr, konus, sfera ikkinchi tartibli va hokazo sirtlar bunga misol bo‘la oladi.

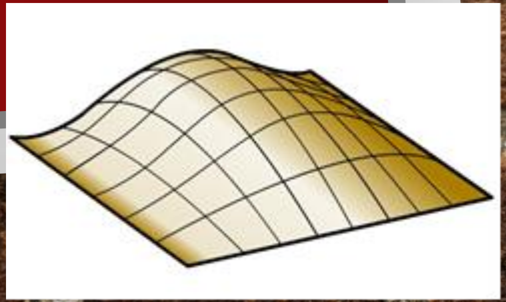



Sirtning hosil bo‘lishi xech qanday qonunga asoslanmagan bo‘lsa, bunday sirt *qonunsiz sirt* deb ataladi. Bunga topografik va empirik (tajriba asosida olingan) sirtlar kiradi.

Qonuniy sirtlar o‘z navbatda algebraik va transsendent sirtlarga bo‘linadi.

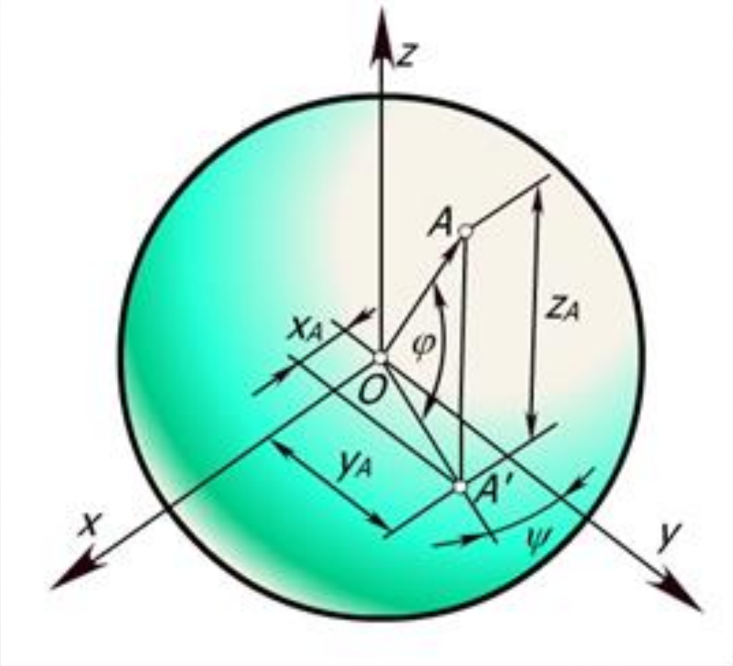
Algebraik tenglamalar bilan ifodalangan sirt ***algebraik,*** transsendent tenglamalar bilan ifodalangan sirt ***transsendent*** sirt deyiladi**.** Sirtlarning tartibi va klassi mavjud.

Chizma geometriyada sirtning tartibi uni tekislik bilan kesganda hosil bo‘lgan kesimning tartibi bilan aniqlanadi. Biror to‘g‘ri chiziq orqali o‘tib, sirtga uringan tekisliklar soni sirtning klassini aniqlaydi.



# Sirtlarning berilish usullari

Sirtlarning analitik usulda berilishi. Analitik geometriyada sirtni bitta xususiyatga ega bo'lgan nuqtalar to'plami sifatida talqin qilinadi.Sirtdagi biror ixtiyoriy A nuqtaning x, u, z koordinatalari orasidagi bog'lanish orqali undagi hamma nuqtalarga tegishli xususiyatni ifodalovchi tenglama sirtning tenglamasi deyiladi.Uch o'lchamli fazoda sirt analitik usulda berilishi mumkin.
Sirt umumiy ko'rinishdagi oshkormas funksiya tenglamasi orqali quyidagicha beriladi:
$F(x, u, z)=0$. (1)
Rasmdagi sfera sirtida yotgan A nuqtaning x, u, z koordinatalari orasidagi bog'lanishni aniqlaydigan tenglama sferaning tenglamasini ifodalaydi. Markazi koordinata boshida joylashgan sferaning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:
$x^2 + u^2 + z^2 - R^2 = 0$. (2)
Sirtni funksiyaning grafigi sifatida aniqlaydigan oshkor ko'rinishda berish mumkin
$z=f(x, u)$. (3)
Sferaning tenglamasini z applikataga nisbatan
z= (4)ko'rinishda yozish mumkin.Sirt parametrlari orqali berilishi mumkin.Sirtni r = r (u, υ) vektorlar orqali ifodalab, uni quyidagicha yozish mumkin:
$x=x(u, \upsilon)$, $u=u(u, \upsilon)$, $z=z(u, \upsilon)$ (5)
Bu tenglamalardagi u va υ parametrlar bo'lib, ular (u, υ) tekislikning ma'lum qismini uzluksiz bosib o'tadi.
Sferaning parametrik tenglamasi φ kenglik va ψ uzunlik (8.6-rasm) parametrlari orqali quyidagicha yoziladi:
$x=R\cos\varphi\cos\psi$, $u=R\cos\varphi\sin\psi$, (6)
$z=R\sin\varphi$Agar (6) tenglamalar φ va ψ parametrlardan ozod qilinsa, sferaning x, u, z koordinatalar orqali ifodalangan (2) tenglamasiga ega bo'linadi.
Sirtlarning analitik usulda berilishi ularning chizmalarini kompyuterlarda chizish, sirtlarning differensial geometrik xossalarini tekshirish, shu jumladan, ularning yoyilmalarini aniq bajarish kabi imkoniyatlarni beradi.



. **Sirtlarning kinematik usulda berilishi.** Biror chiziqning fazodagi uzluksiz harakatidan kinematik sirt hosil bo‘ladi. Unda sirtning o‘zi ham uzluksiz bo‘ladi. Kinematik harakatning oddiy asosiy turlari: ilgarilanma, aylanma va bu ikki harakatning yig‘indisi vintsimon harakatdir.

**Ta’rif**. Yasovchisining kinematik harakati natijasida xosil bo‘lgan sirt **kinematik sirt** deyiladi.

Xarakatning turiga qarab, ilgarilanma harakat natijasida hosil bo‘lgan sirt ***tekis parallel ko‘chirish sirti,*** aylanma harakatdan hosil bo‘lgan sirt ***aylanish sirti*** va vintsimon harakat natijasida hosil bo‘lgan sirt ***vint sirti*** deb ataladi.

Chizma geometriyada, ko‘pincha, sirtlarning kinematik usulda hosil bo‘lishidan foydalaniladi. Kinematik sirtlarning ko‘inishi uning yasovchisining shakliga va fazodagi harakat qonuniga bog‘liq bo‘ladi. Masalan, chiziqli sirtlarda yasovchining shakli to‘g‘ri chiziq bo‘ylab, uning fazodagi harakat qonunini sirtning yo‘naltiruvchisi belgilaydi. Aylanish sirtlarida yasovchining shakli ixtiyoriy chiziq bo‘lib, hosil bo‘lish qonuni uning ma’lum o‘q atrofida aylanishidir.

Vint sirtlarda yasovchining shakli to‘g‘ri yoki egri chiziq bo‘lib, hosil bo‘lish qonuni vintsimon (aylanma va ilgarilama) harakatdir.

# Tekis parallel ko‘chirish sirtlari

**Ta’rif.** Yasovchining ma’lum yo‘naltiruvchi bo‘yicha doimo o‘z-o‘ziga parallel ravishda harakatlanishidan hosil bo‘lgan sirt **tekis parallel ko‘chirish sirti** deyiladi

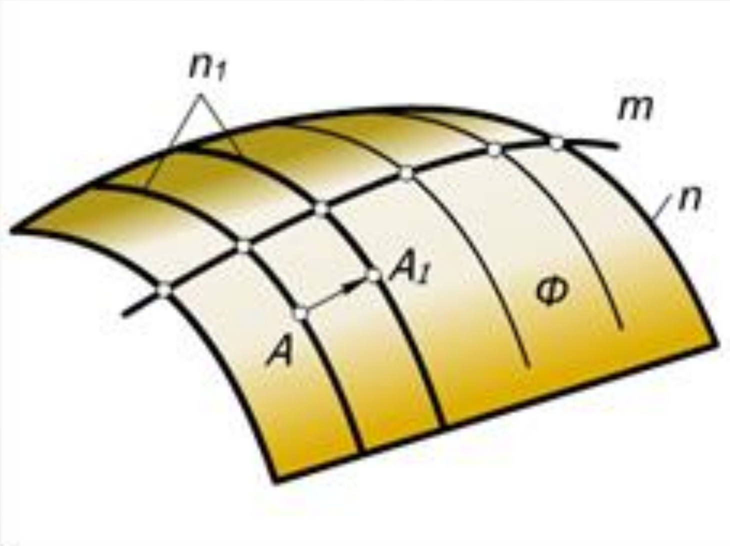
Rasmda **n** tekis egri chiziqli yasovchining **m** egri chiziq buylab doimo o‘z-o‘ziga parallel ravishda ilgarilanma harakatlanishi natijasida hosil bo‘lgan Φ sirti ko‘rsatilgan. Bu sirt tekis parallel ko‘chirish sirtidir. **n** yasovchining hamma nuqtalari harakat davomida **m** yo‘naltiruvchiga o‘xshash tekis egri chiziqlar hosil qiladi.

Agar **m** egri chiziqni $\mathbf{n_1}$ egri chiziq bo‘ylab harakatlantirilsa, uning nuqtalari ham $\mathbf{n_1}$ egri chizig‘iga o‘xshash egri chiziqlar hosil qiladi. Bu chiziqlar nuqtalarning yo‘llari deyilib, sirt ustida to‘r hosil qiladi.

Kinematik sirt yasovchilarining uzluksiz harakati va sirtning o‘zining uzluksizligidan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: ***kinematik sirtning ixtiyoriy nuqtasidan shu sirtda yotuvchi va to‘r oilalarga kiruvchi ikkita egri chiziq o‘tkazish mumkin.***

Agar **m** yo‘naltiruvchi to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, silindr sirti hosil bo‘ladi.

Biror parabolani boshqa parabola bo‘yicha tekis siljitilsa, giperbolik paraboloid sirti hosil bo‘ladi. Demak, bu sirtlar ham tekis parallel ko‘chirish sirtlari turiga kiradi



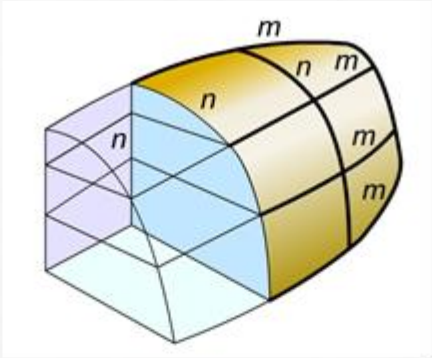
**Sirtlarning karkas usulida berilishi.** Ba'zi bir sirtlarini aniq geometrik qonuniyatlar bilan berib bo'lmaydi. Bunday sirtlar shu sirt ustida yotuvchi bir nechta nuqtalar yoki chiziqlar bilan beriladi.

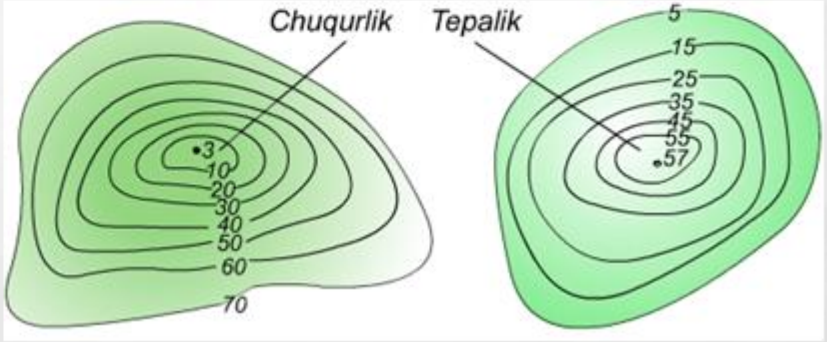
Sirtni uning ustidagi bir necha nuqtalar yoki chiziqlar bilan berilishi uning *karkas usulida berilishi* deb yuritiladi. Sirt ustida tanlangan chiziqlar to'plami *sirtning karkaslari* deyiladi.

Sirtlarni uzluksiz karkaslar orqali hosil qilish qulaydir. Sirtlarning karkaslari fazoviy egri chiziqlar to'plamidan iborat bo'lishi mumkin. Ammo sirtlarni tekis egri chiziqlar (kesimlar) dan iborat karkaslari bilan berish qulayrokdir. Sirtlarning karkaslari bir, ikki va uch tekis kesimlari to'plamidan iborat bo'lishi mumkin. Bunda har bir to'plam sirtning asosiy karkasi bo'lib, qolganlari unga qo'shimcha karkas sifatida olinadi.

Har bir sirt bir parametrli tekis egri chiziqlardan tashkil topgan bo'lib, bu egri chiziqlarning joylashishi va xossalari sirtni xossalarini aniqlaydi.

Sirt nuqtali karkas yoki chiziqli karkaslari bilan berilishi mumkin. Sirt nuqtali karkas bilan berilsa bu nuqtalar to'plami shunday tanlanishi kerakki, unga asosan sirtning va uning har bir bo'lagining ko'rinishi va shaklini tasavvur qilish mumkin bo'lsin.



# Aylanish sirtlari

**Ta'rif. Biror tekis yoki fazoviy chiziqning qo'zg'almas to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt aylanish sirti deb ataladi.**

Agar parallelning bosh meridian bilan kesishish nuqtasidan bosh meridianga o'tkazilgan urinma aylanish o'qiga parallel bo'lsa, bu parallel *ekvator yoki buyin chizig'i* deyiladi. Bu parallel ikki yen qo'shni parallellardan katta bo'lsa, *ekvator,* agar ulardan kichik bo'lsa, *buyin chizig'i* deyiladi. Demak, biror aylanish sirtida bir necha ekvator va buyin chiziqlari bo'lishi mumkin. 8.10-rasmdagi aylanish sirtda parallellardan $n_2(n_2', n_2'')$ buyin, $n_3(n_3', n_3'')$ esa ekvator chizig'i hisoblanadi.

Boshqa sirtlar singari aylanish sirti ham cheksiz ko'p nuqtalar to'plamidan iboratdir. Bu nuqtalarni to'la to'kis chizmada tasvirlab bo'lmaydi. Shuning uchun ham **H** va **V** ga perpendikulyar qilib aylanish sirtiga urinma silindrlar o'tkaziladi. urinma silindrlarning N bilan kesishish chizig'i sirtning ***gorizontal ocherki,*** V bilan kesishish chizig'i esa uning ***frontal ocherki*** deyiladi. Aylanish sirtlari, ko'pincha, o'zining gorizontal va frontal ocherklari bilan tasvirlanadi. 8.10-rasmdagi aylanish sirtning frontal ocherki bosh meridian $\mathbf{m}''$ va $\mathbf{n_1}''$, $\mathbf{n_4}''$ parallellari bilan, gorizontal ocherki $\mathbf{n_2}'$ va $\mathbf{n_3}'$ parallellari bilan tasvirlangan.

Gorizontal va frontal ocherklar sirt proyeksiyalarining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlarini aniqlashga ham yordam beradi.

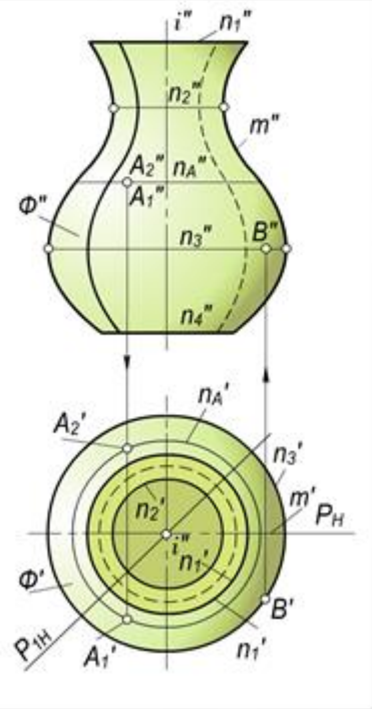
Parallellar yordamida sirt ustida nuqtalarning proyeksiyalari topiladi. Masalan, aylanish sirtiga tegishli $A_1$ va $A_2$ nuqtalarning frontal proyeksiyalari $A_1''$ va $A_2''$ larning 8.10-rasm gorizontal proyeksiyalari $A_1'$ va $A_2''$ $\mathbf{n}_A$ parallelning gorizontal proyeksiyasi $\mathbf{n}'_A$ da aniqlangan.

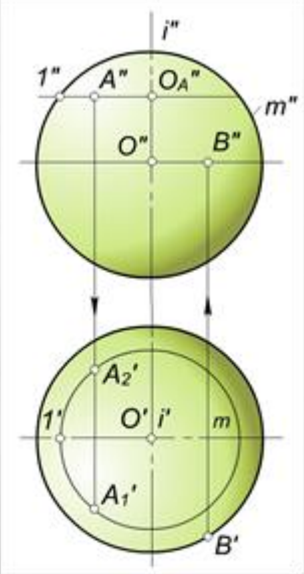
Ekvatorda yotuvchi $B$ nuqtaning gorizontal $B'$ proyeksiyasi berilgan. Uning $B''$ frontal proyeksiyasi ekvatorning $\mathbf{n_3}''$ frontal proyeksiyasida bo'ladi.

Aylanish sirtlari mashinasozlikda va qurilish amaliyotida keng qo'llaniladi. Chunki, ko'pchilik mexanizmlar aylanma harakat qiladi va aylanish sirtlari esa stanokda osongina yasaladi.

Sirtning eng katta paralleli uning ***ekvatori*** va eng kichik paralleli uning ***bo'yini*** deb ataladi.

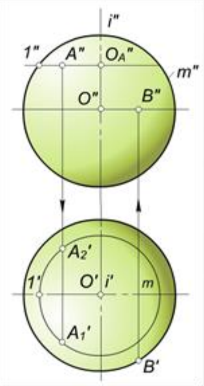
Loyihalanadigan mashina mexanizmlarining vazifasi, unga quyiladigan texnik talablar va shakliga qarab, aylanish sirtining yasovchisi tanlanadi.

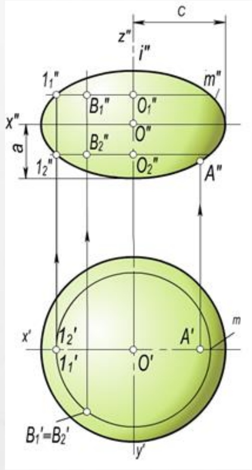


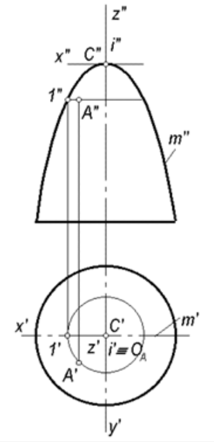



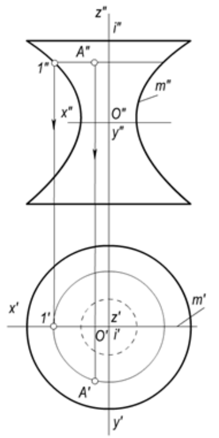
## . Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

**Ta'rif**. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **ikkinchi tartibli aylanish sirtlari** deyiladi.









### Sfera

**Ta'rif**. Aylananing o'z diametrlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **sfera** deb ataladi.

### Aylanma ellipsoid sirt

**Ta'rif**. Ellipsning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma ellipsoid** deyiladi.

### Aylanma paraboloid sirt

**Ta'rif**. Parabolaning o'z o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma paraboloid** deyiladi.

### Aylanma giperboloid sirt

**Ta'rif**. Giperbolaning o'z mavhum yoki haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma giperboloid** deyiladi

# Tor sirti

**Ta'rif**. Biror aylananing shu aylana tekisligida yotuvchi, ammo aylana markazidan o'tmaydigan, ixtiyoriy *i* o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **tor sirti** deyiladi.

Yasovchi **m** aylana radiusi **r** va aylana markazidan ***i*** o'qqacha bo'lgan **R** masofalarning o'zaro nisbatiga ko'ra tor sirtlari turlicha bo'ladi.

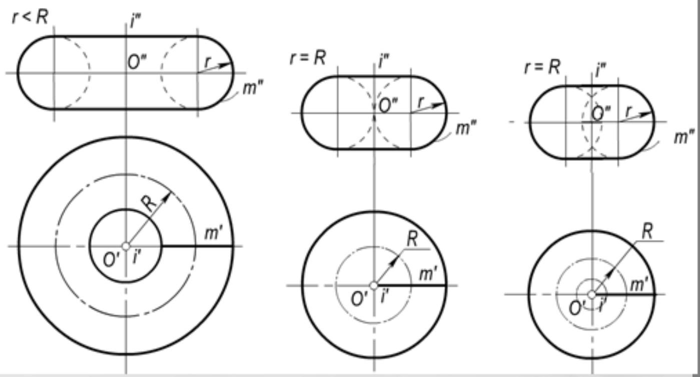
- **r<R** bo'lganda yasovchi **m(m′, m″)** aylana aylanish o'qi ***i*(*i*′, *i*″)** ni kesmaydi va hosil bo'lgan tor ochiq tor yoki halqa deyiladi
- **r=R** bo'lganda yasovchi **m(m′, m″)** aylana aylanish o'qi ***i*(*i*′, *i*″)** ga urinadi. Bunday tor yopiq tor deb ataladi (8.20,b-rasm).
- **r>R** bo'lganda yasovchi **m(m′, m″)** aylana aylanish o'qi ***i*(*i*′, *i*″)** ni kesadi. Bu holda xosil bo'lgan tor ham yopiq tor deyiladi.

Tor sirtning aniqlovchilari ***i*** aylanish o'qi va **m** yasovchi aylana bo'ladi va **Φ (*i*, *a*)** tarzida yoziladi.

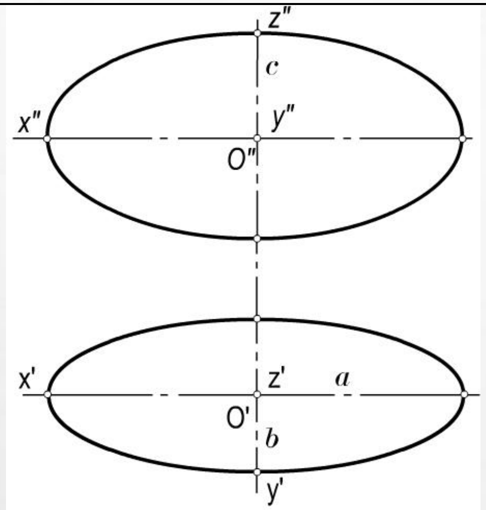
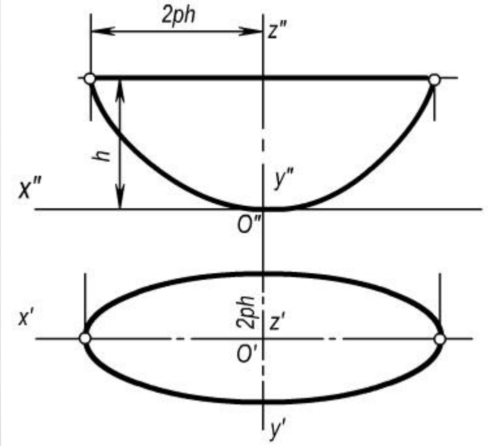
Ixtiyoriy tekislik torni 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesadi, shuning uchun tor 4-tartibli sirtdir.

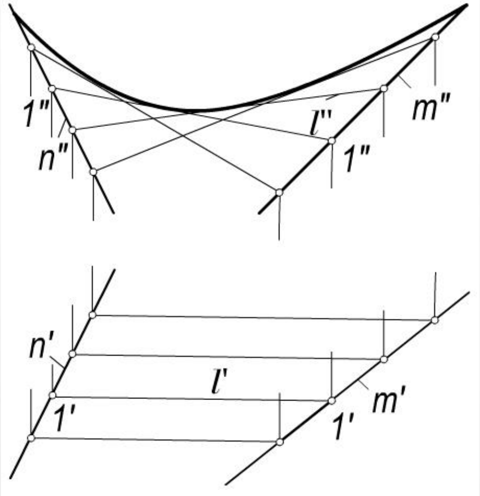
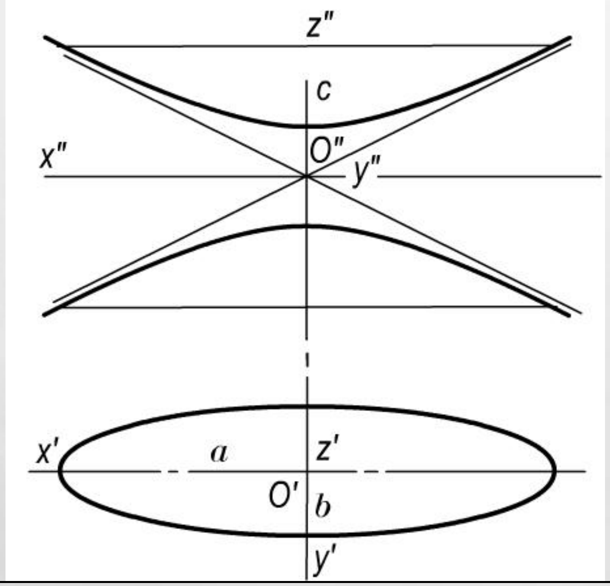
Markazi koordinatalar boshida va **r=R** bo'lgan tor sirtining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

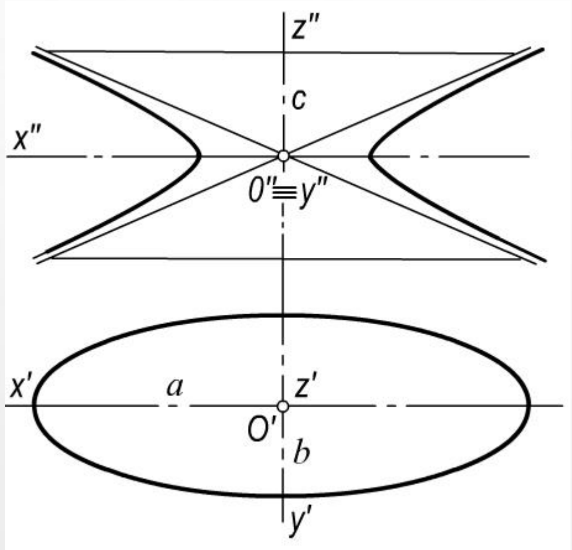
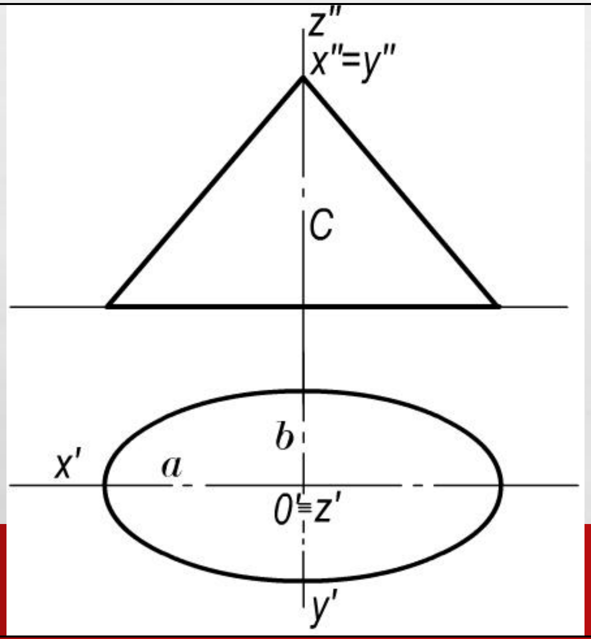
$$(z^2 + x^2 + y^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

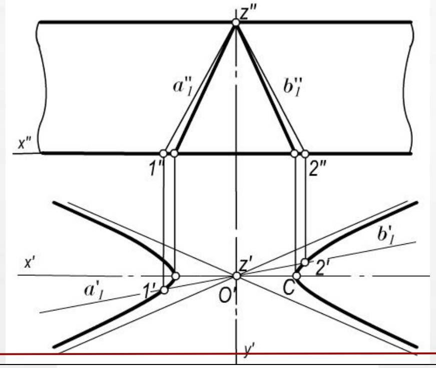
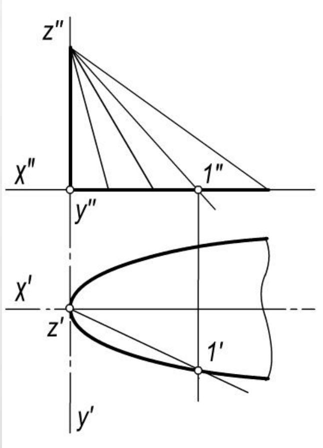
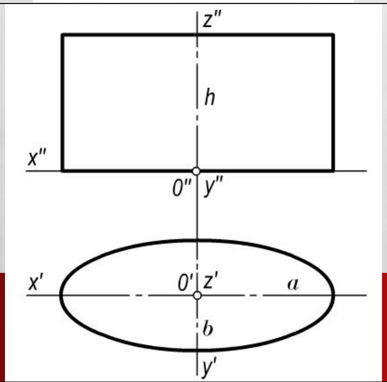


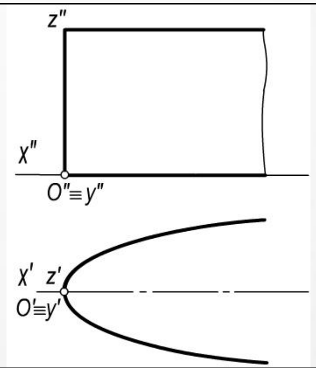
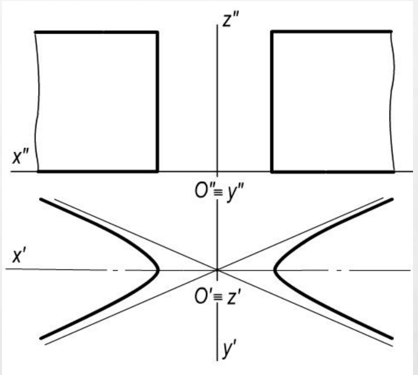
# Ikkinchi tartibli umumiy sirtlar

<table>
<tr><th>№</th><th>Nomi</th><th>Monj chizmasidagi tasviri</th><th>Analitik berilishi</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Uch o‘qli ellipsoid</td><td>
</td><td>$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$<br>a>c>b c>a>b<br>a>b>c b>a>c<br>c>b>a b>c>a</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Elliptik paraboloid</td><td>
</td><td>$$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{p}=2Z$$<br>p>q<br>yoki<br>p<q</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Giperbolik paraboloid |  | $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{p} = 2z$<br>p>q<br>yoki<br>p<q |
| 4. | Ikki pallali giperboloid |  | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$<br>$0 < c < \infty$<br>$a>b$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | Bir pallali giperboloid |  | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$<br>$0<c<\infty$<br>$a>b$ |
| 6. | Elliptik konus |  | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$<br>$0<c<\infty$<br>$a>b$ |

| № | Nomi | Monj chizmasidagi tasviri | Analitik berilishi |
|---|---|---|---|
| 7. | Giperbolik konus |  | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$<br>$a > b$<br>$0 < c < \infty$ |
| 8. | Parabolik konus |  | $x^2-2py=z^2$<br>$p \neq 0$ |
| 9. | Elliptik silindr |  | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$<br>$z = h$<br>$a>b$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10. | Parabolik silindr |  | $y^2 = 2px$<br>$z = h$<br>$p \neq 0$ |
| 11. | Giperbolik silindr |  | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$<br>$z = h$<br>$a>b$ |